



TITLE:

# Quantum Entanglement of Local Operators( Abstract\_要旨 )

AUTHOR(S):

Nozaki, Masahiro

---

CITATION:

Nozaki, Masahiro. Quantum Entanglement of Local Operators. 京都大学, 2015, 博士(理学)

ISSUE DATE:

2015-03-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k18792>

RIGHT:

学位規則第9条第2項により要約公開

( 続紙 1 )

|  |   |    |       |
|--|---|----|-------|
| 京都大学   | 博 士（理 学）                                | 氏名 | 野崎 雅弘 |
| 論文題目   | Quantum Entanglement of Local Operators |    |       |
| (論文内容の要旨)  |   |    |       |
| <p>野崎氏の本論文は、場の量子論における量子もつれ（量子エンタングルメント）の解析を様々な励起状態に関して行い、新しいダイナミカルな性質を解明している。量子もつれという現象は、古典物理には存在しない量子論特有の現象である。例えば、波動関数が二つのスピンの直積状態の状態を考えると、それぞれのスピンの間に相関はない。しかし二つのスピンの一重項のような状態を考えると、片方のスピンの上向きであればもう片方は下向きとなり（その逆も真）、2つのスピンの間に量子的な相関が生じる。これが量子もつれの最も基本的な例となっている。</p> <p>本論文において具体的な解析の対象となっているエンタングルメント・エントロピーという量は、この量子もつれの度合いを測る最も基本的な量である。場の量子論においてエンタングルメント・エントロピーは、空間をAとBの二つの部分系に分け、Bをトレースアウトした密度行列に対するフォンノイマン・エントロピーとして定義される。また本論文ではこの量を拡張し、レンニ・エントロピーという量も計算されている。自然数nでラベルされており、n=1がエンタングルメント・エントロピーに相当する。</p> <p>この量子もつれを用いた場の量子論の解析は、最近になって理論物理学において大変ホットなトピックとなっている。素粒子論のみならず、物性物理、量子情報理論や一般相対性理論などの分野も巻き込んで盛んに議論されている。しかしながら、このような研究の流れは始まったばかりと言え、多くの基本的な課題が残っている。その一つが、励起状態のエンタングルメント・エントロピーの性質の解明であり、本論文の主要テーマである。AdS/CFT対応を応用する目的や、場の理論の解析を容易にしたという動機から、本論文では共形場理論(CFT)と呼ばれるスケール不変性を有する場の理論の励起状態に限定して議論している。具体的には、局所的な演算子を真空中に作用させて励起状態を定義し、部分系Aを空間の半分に相当する半平面にとる。</p> <p>本論文は、このような励起状態に対して（レンニ）エンタングルメント・エントロピーを場の理論を用いて計算する手法を開発するところから始まる。具体的には、もとの場の理論のn個のコピーを考えて部分系Bで張り合わせる空間を考え、励起をもたらす演算子を2n個挿入する。これは、いわゆるレプリカ法による計算を励起状態への拡張に相当する。</p> <p>この場の理論の手法を用いて本論文では、次の三種類の場の理論に対して（レンニ）エンタングルメント・エントロピーを計算している：(1)無質量自由場スカラー場、(2)ラーゼンNの無質量自由スカラー場、(3)強結合ラーゼンNの共形場理論。その後で、AdS/CFT対応を用いて、(3)の場合のエンタングルメント・エントロピーを計算している。</p> <p>まず、(1)の自由場の解析では、スカラー場の冪で与えられる局所演算子による励起状態を考え、厳密なグリーン関数を用いて具体的にレンニ・エントロピーの増加量を計算している。その結果、増加は時刻t=Lで始まり、しばらくして一定値に近づく。ここでLは、局所演算子から部分系A/Bの境界までの距離である。この定性的な振る舞いは以下の様に理解できる。t=0で局所演算子を挿入した時点で量子もつれを持つペアが生成され、それぞれが光速で左右に飛び去り、片方がBに入った時点(t=L)で</p> |   |    |       |

両者のエンタングルメントがレンニ・エントロピーとして検知される。

最終的なエントロピーの増加分は興味深い量であり本論文では詳しく解析が行われ、自由スカラー場の場合に具体的な表式が与えられている。それは、二項分布に従う有限量子系の量子もつれと解釈できることが分かる。この結果の説明は本論文で与えられており、自由場は左と右に進行する粒子の重ね合わせとして解釈できることから従うが、その厳密な証明をレプリカ法から与えている。

次の(2)のラージNの自由場の解析では、(1)の計算手法を $N \times N$ の行列の値をとる場（行列場）に適用し、レンニ・エントロピーの計算をNを大きくとった極限において行っている。この場合に、本論文で明らかになった興味深い現象として相転移に類似した現象が挙げられる。レンニ・エントロピーは自然数 $n$ でラベルされているが、 $n > 1$ では、エントロピーの励起による増加量は $O(1)$ の量である。しかし、エンタングルメント・エントロピー ( $n=1$ ) の極限をとると増加量は $O(\log N)$ に大きくエンハンスする。これはQCDの閉じ込め/非閉じ込め相転移に類似している。

最後に、(3)の強く相互作用するラージN共形場理論に関しては、場の理論の解析でレンニエントロピー ( $n > 1$ ) を計算し、AdS/CFT対応を用いた手法で、エンタングルメント・エントロピーの極限 ( $n=1$ ) を2次元共形場理論に対して計算している。両者の場合とも前述の自由場の結果と異なり、時間発展で一定値には近づかず、時間が十分経過しても $\log(t)$ に比例して増大する。前者に場合は、比例係数は局所演算子の共形次元と呼ばれる量で与えられ、後者は中心電荷と呼ばれる理論の自由度を表す量で与えられることが示された。

以上をまとめると、局所的な演算子による例を行うとレンニ・エントロピーは因果律に従い増加し、自由場理論では一定値に近づき、強く相互作用する理論では $\log(t)$ で単調増加する。このような違いが生じる理由は、前者では量子的にもつれあった粒子ペアの伝播として解釈できるが、後者では強い相互作用のため準粒子による記述が不可能であり、励起が伝播するに従い次々に量子もつれが生成される現象が起こっていると解釈できる。

(論文審査の結果の要旨)

場の量子論におけるエンタングルメント・エントロピーの解析は最近盛んに研究されているトピックであるが、とりわけ励起状態に対する知見は現在でも不十分であるといえる。そのような状況をふまえて、本論文では局所的な励起状態を考え、エンタングルメント・エントロピーやその拡張した量であるレンニ・エントロピーのダイナミクスに関して重要な新しい知見を与えている。

まず、局所的な励起状態に対してレンニ・エントロピーをレプリカ法を拡張して計算する手法を初めて与えた点が評価できる。これによって、場の理論の相関関数という最も基本的な量がエントロピーとしても解釈できることが分かった。

次に、そのような計算法の具体的な実行であるが、本論文では(1)自由スカラー場理論、(2)ラージN自由スカラー場理論、(3)強結合ラージN共形場理論の3つのクラスの共形場理論で具体的にレンニ・エントロピーとその極限で与えられるエンタングルメント・エントロピーの値を具体的に計算している。(1),(2)の例では、因果律を満たすように時間発展し、一定値に近づく。この一定値の解析的な表式も「二体間のエンタングルメントの伝播としての解釈」と「レプリカ法による場の理論の計算」の二種の方法で独立に導出され、両者の非自明な一致も示されている。

また強結合の理論の解析(3)では、場の理論とAdS/CFT対応に基づく重力理論の解析に双方から具体的に計算を行い、レンニ・エントロピーやエンタングルメント・エントロピーが $\log(t)$ に比例して増加することを見出している。このように、粒子(準粒子)の見方が許される可積分な場の理論と、それが許されない強結合の共形場理論での振る舞いが明白に異なることが示されている、このようなエントロピーが場の理論の分類にも利用できることを示唆しており大変興味深い。

本論文が基づく三本の発表論文のうち一本は、Physical Review Letter誌に掲載されていることからわかるように、本分野に与えるインパクトも十分大きい内容と言える。またもう一本は、野崎氏単著の論文であり、レプリカ法による計算を効率的に行う方法を開発し、レンニ・エントロピーの予想値の証明を与えている。本論文が基づく発表論文のほかにも、野崎氏は六本の論文を出版していることも特筆すべきである。

よって、本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認める。また、平成27年1月15日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。なお、本論文は、京都大学学位規程第14条第2項に該当するものと判断し、公表に際しては、当該論文の全文に代えてその内容を要約したものとすることを認める。

要旨公表可能日：平成27年2月1日以降